

用 Level Set 方法对水下两个气泡运动的数值模拟

赵知辛¹, 王焕然¹, 李彦鹏², 席光¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 长安大学环境科学与工程学院, 710064, 西安)

摘要: 利用 Level Set 方法, 三维数值模拟了两个气泡的上升运动. 通过改变气泡尺寸及位置, 研究气泡对在上升过程中的尾迹流及其相互作用规律. 数值模拟准确再现了气泡对的变形、吸引或排斥行为, 气泡上升速度计算结果与经验关联式结果吻合; 气泡周围的速度场揭示了两个气泡尾迹流的流体动力学作用; 对于水平或垂直放置的气泡对, 当下方气泡有大于 50% 的投影面积进入到上方气泡的尾流区时, 两个气泡将发生聚并现象.

关键词: 相互作用的气泡; 尾迹流; Level Set 方法

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)07-0011-05

Numerical Simulation on Motion of Two Underwater Bubbles Using Level Set Method

ZHAO Zhixin¹, WANG Huanran¹, LI Yanpeng², XI Guang¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: The three-dimensional motion of underwater two bubbles is directly simulated using the Level Set method. The interaction of the bubbles and their wakes are studied by changing their position and size. The behaviors such as distortion, attraction, and repulsion of the two bubbles are obtained and the calculated values of the bubbles velocity agree well with the empirical correlations. The interaction in fluid dynamics between the wakes of the two bubbles is described by the velocity field around the bubbles. For the two bubbles placed horizontally or vertically, the bubbles will converge when more than 50% of the projection area of the lower bubble enters the wake of the upper bubble.

Keywords: interactional bubbles; wake flow; Level Set method

气泡运动广泛存在于能源、动力、环境和化工等工程设备与工艺中, 因此对气泡运动规律的研究具有十分重要的实际意义. 气泡运动属于典型的带有相界面的气液两相流动, 以前对它的研究大都采用高速摄像技术以可视化气泡行为. 近年来, 随着计算机技术和数值方法的发展, 出现了许多数值模拟方法来描述气泡的界面行为. Unverdi 等^[1]提出用峰面跟踪法模拟单个气泡的上升行为; Chen 等^[2]应用 VOF 方法模拟了单个气泡在静止水中的上升及其与气水交界面的相互作用过程; Sankaranarayanan

等^[3]采用 Lattice Boltzmann 方法模拟了单个气泡在不同黏性液体中的上升过程.

在现有的气泡运动数值模拟中, 大都是针对单个气泡在不同黏度和表面张力的液体中的上升过程进行计算, 对气泡对的上升过程的模拟则很少. 究其原因, 主要是气泡对的运动涉及到气液相界面的变形、破碎与聚并等复杂变化, 对于这类相界面拓扑结构变化很大的问题, 尤其是在三维情况下, 上述模拟方法实施起来非常复杂. Level Set 方法作为一种新的界面追踪方法, 隐式处理界面, 简单精确, 易于在

三维中使用,近年来得到了越来越多的关注与研究^[4-5].本文采用 Level Set 方法,结合考虑表面张力的气液运动基本方程,数值模拟了不同配置的气泡对在竖直通道内的上升过程,以研究气泡对之间的相互作用规律.

1 数学模型与数值方法

1.1 Level Set 方法

对于气泡上升过程中气泡形状的变化,采用 Level Set 方法在欧拉网格内描述.在计算区域中,定义一个 Level Set 标量函数 $\phi(\mathbf{x}, t)$,使得任意时刻气液相界面 $\Gamma(t)$ 恰是 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 的零等值面

$$\Gamma(t) = \{\mathbf{x} \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (1)$$

一般可取 $\phi(\mathbf{x}, 0)$ 为 $\mathbf{x}$ 点到界面 $\Gamma(0)$ 的符号距离,通常取气泡内 ϕ 为负,气泡外 ϕ 为正.相界面的运动遵循下面的对流输运方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

1.2 气液两相流动方程

在定义了 Level Set 函数后,由相界面分隔的不相混的气液两相体系就可以被看作为单一流体体系,可用下面的不可压缩流体的单一场的连续方程与动量方程描述

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) + \rho \mathbf{g} + \sigma \kappa(\phi) \delta(\phi) \nabla \phi \quad (4)$$

式中: ρ 、 μ 、 $\mathbf{u}$ 和 p 分别表示流体的密度、黏度、速度矢量与压力; $\mathbf{D}$ 为黏性应力张量; $\sigma \kappa(\phi) \delta(\phi) \nabla \phi$ 表示表面张力,由连续表面力模型(CSF)^[6]给出,其中的变量 σ 、 $\kappa(\phi)$ 、 $\delta(\phi)$ 和 ϕ 分别代表表面张力系数、界面曲率、Dirac Delta 函数和 Level Set 函数.不过此时的控制方程中流体密度与黏性在空间上是变化的,由下式定义

$$\rho(\phi) = \rho_g + (\rho_l - \rho_g)H(\phi) \quad (5)$$

$$\mu(\phi) = \mu_g + (\mu_l - \mu_g)H(\phi) \quad (6)$$

式中:下标 l 和 g 分别表示液相和气相; $H(\phi)$ 是一个 Heaviside 函数,定义为

$$H_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\epsilon \\ \frac{\phi + \epsilon}{2\epsilon} + \frac{\sin(\pi\phi/\epsilon)}{2\pi} & |\phi| \leq \epsilon \\ 1 & \phi > \epsilon \end{cases} \quad (7)$$

其中 ϵ 是界面厚度,本文计算中取为 1.5 倍的网格尺寸.在对流体密度与黏性做了如上的光滑化处理,方程(4)中的 Delta 函数被归整为

$$\delta_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & |\phi| \geq \epsilon \\ \frac{1}{2\epsilon} [1 + \cos(\pi\phi/\epsilon)] & |\phi| < \epsilon \end{cases} \quad (8)$$

1.3 数值方法

上述控制方程采用有限容积法在非交错的网格上离散.速度、压力、Level Set 函数与物性参数均定义在网格中心. Level Set 方程采用二阶 Runge-Kutta 法和三阶 ENO 迎风格式求解.气液两相主流场方程采用 ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) 算法求解. ALE 算法的详细内容可参见文献[7].

需要注意的是,方程(2)经过几个时间步的求解后, $\phi(\mathbf{x}, t)$ 将不再维持为距离函数.为此,本文采用 Sussman 提出的重新初始化技术^[8],以确保 Level Set 函数始终近似为距离函数.这可以通过求解下面的初值问题来实现

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \text{sgn}(\phi_0) (1 - |\nabla \phi|) \quad (9)$$

式中: τ 是虚拟时间; ϕ_0 为重新初始化前的 Level Set 函数; sgn 表示符号函数

$$\text{sgn}(\phi_0) = \frac{\phi_0}{(\phi_0^2 + h^2)^{1/2}} \quad (10)$$

其中 h 表示网格尺寸.

2 结果与讨论

2.1 模型的验证

首先,对研究很充分的单个气泡在静止水中的上升过程进行模拟,以验证模型的正确性.模拟区域为 $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ 的方截面容器,直径 $d_b = 8 \text{ mm}$ 的静止气泡位于距下边界 0.5 cm 的容器正中间.模拟中液体的物性参数为 $\rho_l = 998 \text{ kg/m}^3$, $\mu_l = 0.001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\sigma = 0.0728 \text{ N/m}$;气体的物性参数为 $\rho_g = 1.1 \text{ kg/m}^3$ 和 $\mu_g = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.计算区域的上边界采用压力边界条件,其他壁面采用无滑移条件.计算选取 3 种均分网格以考察网格无关性,网格大小分别为 0.1 、 0.05 和 0.04 cm .时间步长 Δt 取为 10^{-5} s .

计算得到的上升气泡的三维形状演变过程如图 1 所示,图中每两个气泡之间的时间间隔为 0.05 s ,可以看到气泡从初始的球状变形为扁椭球状,最后外形在扁椭球状与球帽状之间振荡变化.此时, Eotvos 数和 Morton 数分别为 8.6 和 2.5×10^{-11} .与 Fan^[9] 给出的气泡形状图谱比较,模拟的气泡形状与其完全吻合.图 2 给出了 3 种计算网格下气泡上升速度 V_b 的变化.从图中可以看到,尺寸为 0.1 cm 的较粗网格与 0.05 cm 细网格下的模拟结果差异比

较明显,而 0.04 cm 和 0.05 cm 的网格尺寸所得到的模拟结果已接近一致,这说明采用 0.05 cm 的网格尺寸基本就可以得到与网格无关的数值解. 下面对气泡对上升的模拟均采用这个网格尺寸.

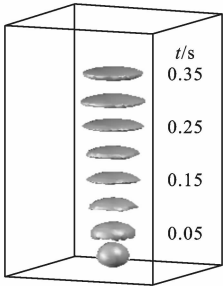


图 1 单个上升气泡的形状变化

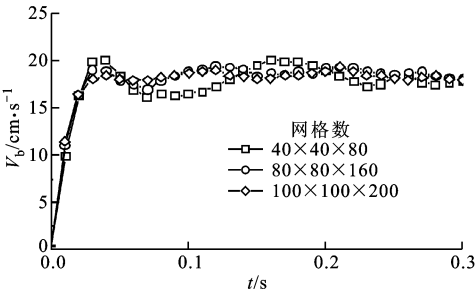


图 2 气泡上升速度随时间的变化

从图 2 还可以得到,当 $t=0.3\text{ s}$ 时,气泡上升速度趋于一致,大约为 17.6 cm/s . Collins^[10] 给出了单个气泡在有限空间内的上升速度经验公式

$$V_b = 0.71\alpha(gd_b)^{0.5}$$

式中: α 为有限空间修正因子. 对于本例,计算得到 $V_b=17.9\text{ cm/s}$. 显然,数值模拟结果与经验公式结果比较相近,表明本文的数值模型及算法是可靠的.

2.2 水平排列气泡对的上升

考虑一个充满水的 $5\text{ cm}\times 5\text{ cm}\times 6\text{ cm}$ 的容器,在距容器底部 0.8 cm 处并排放置两个直径为 8 mm 的球形气泡. 两气泡中心的初始水平距离为 12 mm . 模拟中物性参数以及边界条件同上例. 图 3 示出了气泡对上升过程的三维演变结果. 本文将 Tokuhiro 等人^[11] 使用高速 CCD 拍摄的两个直径为 9 mm 的椭球形气泡图片(图 3f)作为同模拟结果比较的对象. 从图中可以观察到:气泡开始变形为扁椭球形,呈摇摆状上升. 由于气泡对的摇摆,它们在上升过程中出现了靠近-分离-再靠近-再分离的运动现象,模拟结果没有出现两个气泡的聚并行为. 显然,模拟结果与实验结果基本吻合.

图 4 示出了图 3 后 3 个时刻的中心纵截面的速度矢量图. 该速度矢量图是在减去气泡平均上升速度后得到的(下同). 从图中可以观察到:气泡的后面会出现涡旋,伴随涡旋的脱落形成各自的尾流区;尾流区内流体向上的速度较大,说明压力较小;随着气泡的摇摆上升,气泡对可以反向相对(图 4a),也可以正向相对(图 4c),尾流区域逐渐变长,形状也随之摇摆变化,但是两个尾流区被一个射流状流动分隔,没有相互重叠. 从图 4 中还可以发现,由于两气泡大小相同,在空间中其运动矢量对称,故气泡对出现靠近-分离-再靠近-再分离的现象.

改变气泡对为两个不等径的气泡,一个直径为 8 mm ,另一个直径为 6 mm ,其球心的初始位置在离容器底部 0.8 cm 处的同一水平上,且水平间距为 9 mm ,如图 5a 所示,其他参数同上例. 这时模拟得到的气泡对上升过程如图 5 所示. 对应于后 3 个时刻的中心纵截面处速度矢量图如图 6 所示. 从图中可

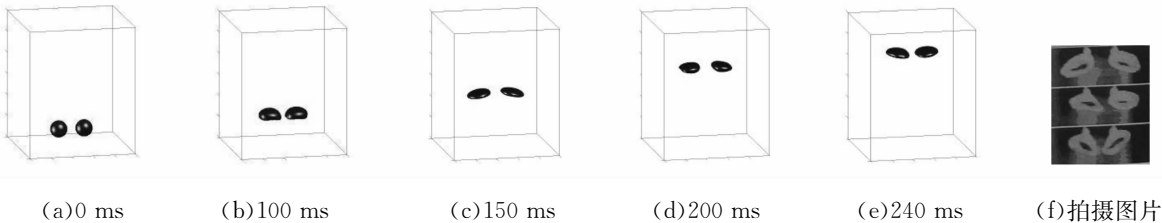


图 3 水平排列两相等气泡上升过程的模拟结果

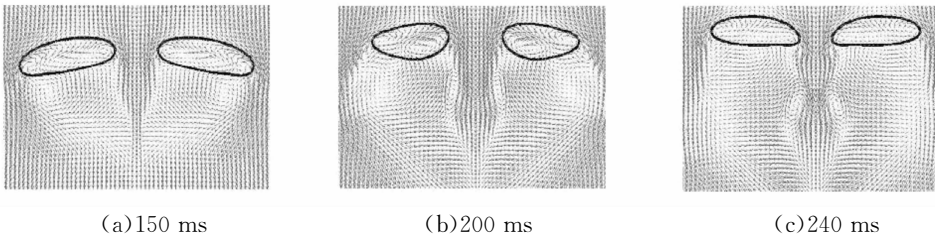


图 4 水平排列两相等气泡上升过程中气泡区域的速度矢量图

以看到,两个气泡也是呈摇摆状上升,但是由于气泡大小不同,其上升速度也必然不同,大气泡速度高于小气泡.这样,随着两气泡的摇摆上升,小气泡将进入前头气泡的尾流影响区(如图6b所示),最终小气泡加速,与大气泡碰撞并出现两气泡的聚合.

当这两个不等径的气泡的初始间距增大到12 mm时,在数值模拟中发现两个气泡不会出现聚并行为,如图7所示.

通过数值试验的多次尝试,发现当尾随气泡有大于50%的投影面积进入到前头气泡的尾流区时,受尾流区局部压差的影响,尾随气泡加速进入相对压力较小的前头气泡的尾流区,最终两个气泡发生碰撞后聚并为一个大气泡.同时,气泡对之间的初始距离对气泡的聚并影响较大,对于初始距离较大的

气泡对,由于小气泡始终没有进入到前头气泡的尾流区,故不会发生气泡聚并现象.

2.3 竖直交错排列气泡对的上升

为了与上述气泡对配置进行比较,将气泡竖直交错排列,其初始位置如图8a所示.两个气泡中心的竖直与水平间距分别为10 mm和4 mm.其他参数和计算条件与水平排列气泡对的计算完全相同.这时模拟得到的气泡对上升过程如图8所示.对应于图8后4个时刻的中心纵截面上气泡区域的速度矢量图于图9.结合这两个图可以观察到,由于初始时刻尾随气泡与前头气泡的投影面积就有相当的重合,随着时间的推移,尾随气泡进入前头气泡的尾流区,在前头气泡尾流作用下加速上升,最终两个气泡发生碰撞后聚并为一个大气泡.

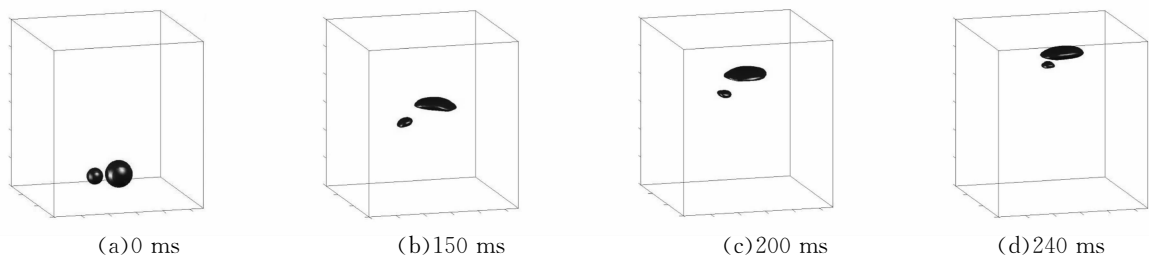


图5 水平排列两不等气泡上升过程的模拟结果(水平间距9 mm)

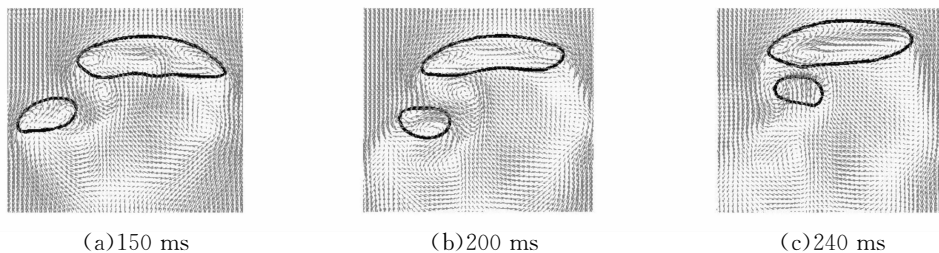


图6 水平排列两不等气泡上升过程中气泡区域的速度矢量图(水平间距9 mm)

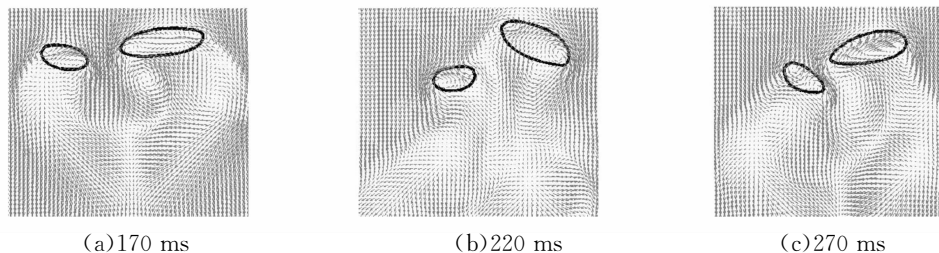


图7 水平排列两不等气泡上升过程中气泡区域的速度矢量图(水平间距12 mm)

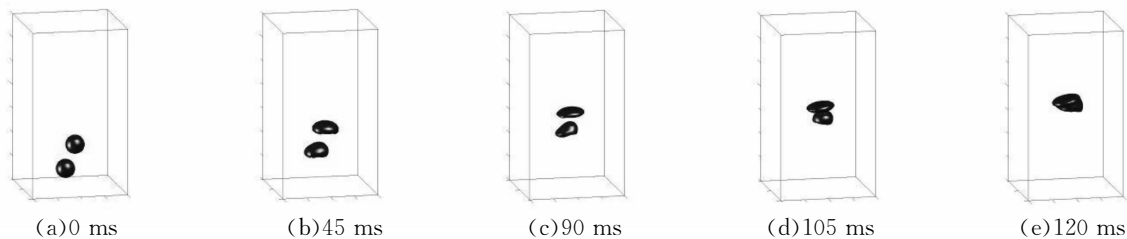


图8 竖直交错气泡对上升过程的模拟结果

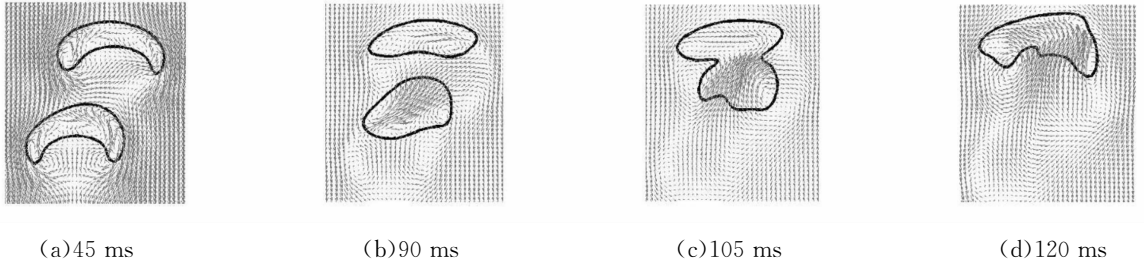


图 9 竖直交错气泡对上升过程中气泡区域的速度矢量分布

3 结 论

(1)采用 Level Set 方法结合考虑表面张力影响的 Navier-Stokes 方程,成功地数值模拟了两个相互作用气泡在水中的上升、变形、吸引和排斥行为。

(2)气泡对运动的可视化模拟结果显示,两个气泡后面的尾迹流及其相互作用决定了气泡对上升的各种行为。对于竖直交错布置的气泡对,由于受到前头气泡尾迹流诱导的局部压差作用,致使尾随气泡加速上升,当尾随气泡有大于 50%的投影面积进入到前头气泡的尾流区时,将会导致最终的气泡聚并现象发生。

(3)对于水平排列的相同尺寸的两个气泡,由于尾流区被一个射流流动分隔,不会出现气泡对的聚并。气泡对的摇摆作用使它们在上升过程中出现了靠近-分离-再靠近-再分离的运动现象。但是,对于水平排列的不同尺寸气泡对,由于上升速度的不同,当尾随气泡有大于 50%的投影面积进入到前头气泡的尾流区时,也会导致气泡的聚并。

参考文献:

- [1] UNVERDI S Q, TRYGGVASON G. A front-tracking method for viscous incompressible multi-fluid flows [J]. J Compute Phys, 1992, 100(1): 25-37.
- [2] CHEN L, LI Y. A numerical method for two-phase flows with an interface [J]. Environmental Model & Software, 1998, 13(3/4): 247-255.
- [3] SANKARANARAYANAN K, SHAN X, KEVREKIDIS I G, et al. Bubble flow simulations with the lattice Boltzmann method [J]. Chemical Engineering Science, 1999, 54(21): 4817-4823.
- [4] OSHER S, FEDKIW R P. Level set methods: an over-

view and some recent results [J]. Journal of Computational Physics, 2001, 169(2): 463-502.

- [5] 李彦鹏, 王焕然. 带内嵌固体的不可压缩气液两相界面流数值模拟方法 [J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(9): 1151-1155.
- LI Yanpeng, WANG Huanran. Numerical simulation for incompressible gas-liquid two-phase interfacial flows with immersed solid boundaries [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(9): 1151-1155.
- [6] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 100(2): 335-354.
- [7] HIRT C W, AMSDEN A A, COOK J L. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds [J]. Journal of Computational Physics, 1997, 135(2): 203-229.
- [8] SUSSMAN M, FATEMI E, SMEREKA P, et al. An improved level set method for incompressible two-phase flows [J]. Computers & Fluids, 1998, 27(5/6): 663-680.
- [9] FAN L S, TSUCHIYA K. Bubble wake dynamics in liquids and liquid-solid suspensions [M]. Boston, Massachusetts, USA: Butterworth-Heinemann, 1990: 263-270.
- [10] COLLINS R. The effect of a containing cylindrical boundary on the velocity of a large gas bubble in a liquid [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 28(1): 97-112.
- [11] TOKUHIRO A, FUJIWARA A, HISHIDA K, et al. Measurement in the wake region of two bubbles in close proximity by combined shadow image and PIV techniques [J]. ASME Journal of Fluids Engineering, 1999, 121(1): 191-197.

(编辑 荆树蓉)